

doi:10.13756/j.gtxyj.2026.240267.

光电子器件技术

彭汜来,付玉,黄旻.37单元变形镜的最优交连值和高斯指数选择方法[J].光通信研究,2026(4):207-212.

Peng S L, Fu Y, Huang M. The Selection Method of Optimal Coupling Value and Gaussian Exponent for 37-Unit Deformable Mirrors[J]. Study on Optical Communications, 2026(4):207-212.

37 单元变形镜的最优交连值和高斯指数选择方法

彭汜来^{a,b,c},付 玉^{a,c},黄 旻^{a,b,c}

(中国科学院 a. 空天信息创新研究院; b. 光电学院; c. 计算光学成像技术重点实验室,北京 100094)

摘要:【目的】变形镜是自适应光学(AO)系统的核心部件,负责实时校正波前畸变以提高系统的成像质量和精度,目前变形镜交连值和高斯指数两个重要参数缺少系统化取值方法,因此文章对交连值和高斯指数的最优取值方法进行了研究。【方法】文章以 37 单元变形镜为例,首先建立了变形镜系统及波前重构方法的数学模型,利用 Matlab 数值仿真软件分别绘制了交连值和高斯指数两个参数与波前校正后残余波前均方根(RMS)、斜率响应矩阵条件数和驱动器最大变形量的关系曲线,仿真模拟了交连值和高斯指数对变形镜波前校正精度、系统稳定性和结构刚度的影响,根据上述 3 个角度综合分析最终选定最优交连值和高斯指数,并对变形镜系统进行了校正能力验证。【结果】文章所选 37 单元变形镜的最优交连值为 0.15~0.20,最优高斯指数为 2.0,验证了最优参数下的变形镜的波前校正能力,并验证了文章所提最优参数选择方法的有效性。【结论】文章所提数值仿真方法有效实现了 37 单元变形镜的最优交连值和高斯指数的分析与选择,并可拓展应用于其他单元数变形镜,为变形镜的选型和参数优化工作提供了新的参考。

关键词:自适应光学;波前校正;变形镜;交连值;高斯指数

中图分类号:O439

文献标志码:A

The Selection Method of Optimal Coupling Value and Gaussian Exponent for 37-Unit Deformable Mirrors

PENG Silai^{a,b,c}, FU Yu^{a,c}, HUANG Min^{a,b,c}

(a. Aerospace Information Research Institute; b. School of Optoelectronic; c. Department of Key Laboratory of Computational Optical Imagine Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

Abstract: 【Objective】The Deformable Mirror is a key component of Adaptive Optical (AO) systems, which is responsible for real-time correction of wavefront aberrations to enhance imaging quality and precision. However, systematic approaches for determining two key parameters of deformable mirrors-the coupling value and the Gaussian exponent-are currently lacking. This study aims to investigate optimal methods for selecting these parameters. 【Methods】Using a 37-unit deformable mirror as a model, we established a comprehensive mathematical framework encompassing the deformable mirror system and wavefront reconstruction methodology. Through numerical simulations, we derived relationships among the residual wavefront Root Mean Square (RMS) value, the condition number of the slope response matrix, and the maximum actuator deformation with respect to the coupling value and Gaussian exponent. The simulations investigated the impacts of these parameters on wavefront correction accuracy, system stability, and structural rigidity. Based on a multifaceted analysis integrating these aspects, we identified the optimal coupling value and Gaussian exponent. Their correction efficacy are also validated. 【Results】For the 37-unit deformable mirror, the optimal coupling value was determined to be within the range of 0.15~0.20, and the optimal Gaussian exponent was established as 2.0. The wavefront correction capability of the deformable mirror under these optimal parameters was verified, thereby substantiating the effectiveness of the proposed parameter selection methodology. 【Conclusion】The numerical simulation approach presented in this study effectively facilitated the analysis and selection of the optimal coupling value and Gaussian exponent for a 37 unit deformable mirror. This method is scalable to deformable mirrors with varying numbers of units, offering a novel reference for the selection and parameter optimization of deformable mirrors.

Key words: OA; wavefront correction; deformable mirror; coupling value; Gaussian exponent

0 引 言

波前畸变是激光通信中影响成像质量和系统性能的主要因素之一,为校正波前畸变,自适应光学(Adaptive Optics, AO)技术应运而生。其原理为通

过波前传感器测量波前的相位信息,经计算使波前控制器发出校正信号,控制波前校正器对波前信号实现校正,从而实现对大气湍流所导致的波前畸变的实时补偿校正^[1]。其中,变形镜为重要的波前校正器,可通过实时调整镜面形状对波前畸变进行校正。

收稿日期:2024-12-17; 修回日期:2025-02-05; 纸质出版日期:2026-08-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(62101533);中国科学院自主部署资助项目(E3Z204010F)

作者简介:彭汜来(2001-),男,辽宁大连人。硕士,主要研究方向为自适应光学。

通信作者:黄旻,研究员。E-mail:huangmin@aoe.ac.cn

© Editorial Office of Study on Optical Communications. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license.

交连值(Coupling Value)和高斯指数(Gaussian Exponent)是影响变形镜效果的两个关键参数。交连值用于描述变形镜驱动器间相互作用程度,可影响变形镜的面形重构能力和控制难度;高斯指数则用于定义波前校正过程中影响函数的高斯分布陡度,决定了波前校正中镜面面型逐点调整的精细程度,对提高波前校正的精度和速度具有重要意义。目前,交连值的取值通常根据经验选择,根据1979年Pearson等人提出的经验数据,理想交连值取值应在0.05~0.12区间内^[2-3];而根据法国CILAS公司的设计经验,交连值在0.10~0.30区间内较合理^[4];美国Boston Micromachines公司则针对各个单元数的变形镜分别向用户提供了0.13、0.15和0.22等3种不同交连值对应的产品。可见交连值的选取标准并不统一,也缺少系统化的选取方法,对高斯指数取值的研究则更少,近年来仅中国科学院的程生毅等人^[5]综合斜率响应曲线和残余均方根(Root Mean Square, RMS)分析了高斯指数的最优取值范围,因此变形镜的交连值和高斯指数的最优取值具有一定研究空间和重要的研究价值。

本文以37单元变形镜为例,提出了一套交连值和高斯指数的优化方法。首先建立37单元变形镜波前重构模型,采用数值仿真模拟的方法,从波前校正精度、系统稳定性和结构刚度3个角度进行定量分析,最终实现最优参数的选择并对系统性能进行验证。本文所提变形镜最优交连值和高斯指数研究方法可拓展应用于其他单元数的变形镜,为变形镜的参数优化工作提供参考。

1 原理

1.1 波前重构

本文的核心技术为变形镜的波前重构,即在AO系统中将波前传感器探测的离散光斑信号,通过计算转化为波前校正器各驱动器对应的驱动电压信号的过程,波前重构的优劣将直接影响变形镜面形的精度和系统波前校正的能力。

波前传感器为光学波前畸变信息的探测装置,作为整个AO系统的输入,为系统后续重构和校正工作提供条件。目前常用的波前传感器为夏克-哈特曼(Shack-Hartmann, S-H)波前传感器^[6], S-H波前传感器可测量波前的斜率信息,将所有子孔径内的斜率信息表示成向量 $\mathbf{S} = [S_{1x}, S_{1y}, \dots, S_{mx}, S_{my}]$,子孔径斜率向量 $\mathbf{S}$ 为波前重构算法的输入, S_{mx} 和 S_{my} 分别为第 m 个子孔径内 x 方向斜率和

y 方向斜率, m 为子孔径数量。

在使用S-H传感器测量波前后,根据获得的子孔径斜率向量重构 $\mathbf{S}$ 出波前的过程即称为波前重构,其目的为计算变形镜的驱动电压向量,从而完成系统的后续控制。常用的波前重构算法包括模式法^[7]、区域法^[8-10]和直接斜率法^[11]。其中,模式法和区域法对波前相位直接进行重构,但并未与波前校正器的驱动电压形成联系,还需要进一步对波前相位和驱动电压向量的关系进行二次构建。相比之下,直接斜率法直接对变形镜的驱动电压进行重构,更便于对变形镜进行控制,因此本文选用直接斜率法进行波前重构。

使用S-H波前传感器各子孔径获取斜率信息后,变形镜各驱动器的驱动电压值与S-H波前传感器各子孔径平均斜率的关系可表示为

$$\mathbf{S} = \mathbf{D} \times \mathbf{V}, \quad (1)$$

式中: $\mathbf{V} = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T$ 为变形镜各驱动器的驱动电压 v_i 的完整向量, n 为驱动器的数量; $\mathbf{D}$ 为斜率响应矩阵,为 $2m \times n$ 维矩阵,其物理意义为变形镜驱动电压对子孔径平均斜率的影响。

求解式(1)可得:

$$\mathbf{V} = \mathbf{D}^+ \times \mathbf{S}, \quad (2)$$

式中, $\mathbf{D}^+$ 为波前重构矩阵,为斜率响应矩阵 $\mathbf{D}$ 的广义逆矩阵,其直接构建了S-H波前传感器子孔径平均波前斜率与变形镜驱动电压的关系,因此 $\mathbf{D}$ 的定义与计算为直接斜率法波前重构的核心,需引入变形镜的影响函数计算 $\mathbf{D}$ 。

1.2 影响函数模型

变形镜的影响函数构建了变形镜驱动电压与镜面面形的关系,具体表示当变形镜的某一个驱动器独立施加单位电压而其余驱动器仅受弹性力约束时,变形镜所产生的面形变化。影响函数通常被近似为高斯函数^[12],可表示为

$$I_i(x, y) = \exp \left\{ \ln \omega \left[\frac{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}}{d} \right]^q \right\}, \quad (3)$$

式中: $I_i(x, y)$ 为第 i 个驱动器施加单位电压后对变形镜面形的影响函数; ω 为变形镜驱动器的交连值; (x_i, y_i) 为施加电压的第 i 个驱动器的位置; d 为相邻驱动器之间的距离; q 为高斯指数。

变形镜的总体面形可看作各驱动器施加电压后所产生面形的线性叠加,即各驱动器影响函数的加权叠加,电压即为加权值。则变形镜的面形 $\mathbf{W}'$ 可

表示为

$$W'(x, y) = \sum_{i=1}^n v_i I_i(x, y). \quad (4)$$

对式(4)求导,在 S-H 波前传感器 j 个子孔径内的平均斜率可表示为

$$S_{ix} = \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial I_i(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=x_{0j}, y=y_{0j}}, \quad (5)$$

$$S_{iy} = \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial I_i(x, y)}{\partial y} \Big|_{x=x_{0j}, y=y_{0j}}, \quad (6)$$

式中, (x_{0j}, y_{0j}) 为 S-H 波前传感器第 j 个子孔径的位置。

至此,可根据式(1)完成斜率响应矩阵 D 的定量,随后根据式(2)计算变形镜的驱动电压向量 V ,从而完成波前重构。经过变形镜波前重构并补偿后,残余波前 ΔW 可表示为

$$\Delta W(x, y) = W(x, y) - \sum_{i=1}^n v_i I_i(x, y). \quad (7)$$

校正后残余波前 RMS r_{RMS} 可表示为

$$r_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\iint_A \Delta W^2(x, y) dx dy}{A}}, \quad (8)$$

式中, A 为变形镜的截面积。

1.3 计算机仿真

利用 Matlab 软件构建变形镜的波前重构模型,程序流程图如图 1 所示。

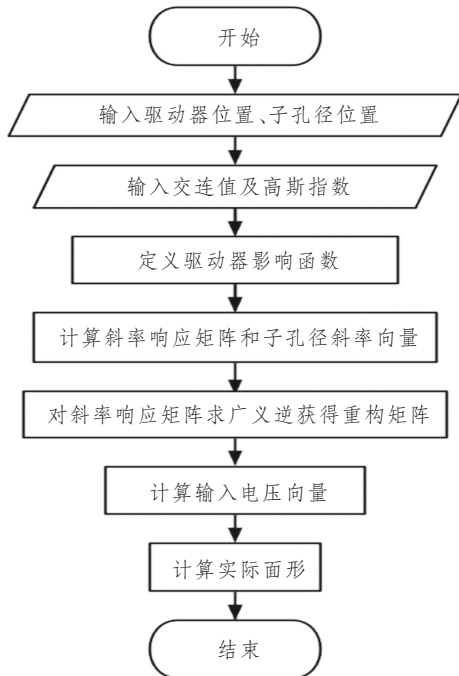


图 1 波前重构流程图

Figure 1 The flowchart of wavefront reconstruction

2 研究方案

本文以 37 单元变形镜为例,如图 2 所示,变形镜驱动器和 S-H 波前传感器子孔径的排列方式均为正方形排列,小圆圈为驱动器位置,小正方形为 S-H 波前传感器子孔径位置,共有 72 个子孔径,大圆圈为通光孔径。以校正低阶 Zernike 像差为应用场景,分别对所选 37 单元变形镜的最优交连值和最优高斯指数进行研究。

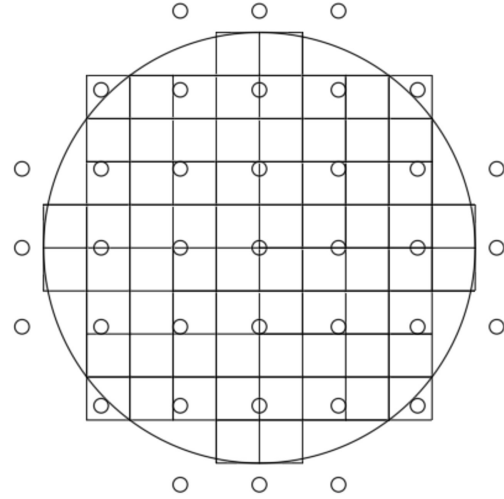


图 2 37 单元变形镜驱动器与 S-H 波前传感器子孔径位置匹配图

Figure 2 Diagram of the 37-unit deformable mirror actuators matched to the position of the subapertures of the S-H wavefront sensor

2.1 最优交连值研究方案

首先利用 Matlab 软件构建波前重构模型,根据前 10 阶 Zernike 多项式生成随机像差,令其初始 RMS 为 $1 \mu\text{m}$,高斯指数为 2.0,在 $[0.01, 0.99]$ 区间内以 0.01 的采样率选取交连值取值。生成 50 组随机像差进行重复实验,通过取均值的方式降低取值随机性的影响,并从 3 个角度进行分析:

①残余波前反映了波前校正的精度,分别计算波前重构后残余波前的 RMS,取 50 组实验数据均值,绘制残余波前 RMS 与交连值的关系曲线。

②矩阵的条件数反映了误差放大的程度,是判断矩阵为良态或病态的重要依据^[13]。在变形镜像差校正系统中,斜率响应矩阵条件数是判断系统稳定性的重要依据,条件数过高则系统无法稳定工作,变形镜的校正能力也随之下降。因此考虑不同交连值对斜率响应矩阵条件数的影响,绘制斜率响应矩阵的条件数与交连值的关系曲线。

③考虑变形镜整体结构刚度,驱动器最大变形

量应使整体结构满足刚度要求,取 50 组实验数据均值,绘制驱动器最大变形量与交连值的关系曲线。

结合上述关系曲线,分析所选变形镜交连值的最优取值,交连值的最优取值应同时满足较低的残余波前 RMS、较低的斜率响应矩阵条件数以及较小的驱动器最大变形量。

2.2 最优高斯指数研究方案

与最优交连值的研究方案相似,首先利用 Matlab 软件构建波前重构模型,根据前 10 阶 Zernike 多项式生成随机像差,令其初始 RMS 为 $1\text{ }\mu\text{m}$,交连值为 0.20,在 $[1,4]$ 区间内以 0.1 的采样率选取高斯指数取值,完成波前重构并进行 50 组重复实验。

分别绘制残余波前 RMS 与高斯指数的关系曲线、斜率响应矩阵的条件数与高斯指数的关系曲线以及最大变形量与高斯指数的关系曲线。本文综合上述关系曲线,分析了高斯指数的最优取值。

3 数据分析

3.1 最优交连值分析

取 50 组实验数据均值,据此绘制残余波前 RMS 值与交连值的关系曲线如图 3 所示,交连值取值 <0.15 时,RMS 较大;交连值取值 ≥ 0.15 时,RMS $<0.1\text{ }\mu\text{m}$,且随交连值的增加缓慢递减,说明在此区间内变形镜波前重构能力较好。

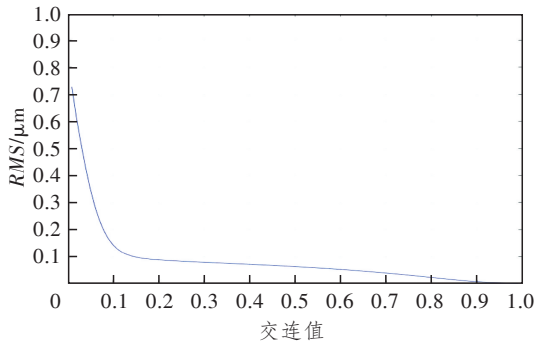


图 3 残余波前 RMS 与交连值的关系曲线

Figure 3 The residual wavefront RMS versus the coupling value

斜率响应矩阵条件数与交连值的关系曲线如图 4 所示,交连值取值 ≤ 0.2 时,斜率响应矩阵条件数 <50 ,交连值 >0.4 时条件数迅速增大,因此在交连值 $(0,0.4]$ 区间内系统的稳定性好。

驱动器最大变形量与交连值的关系曲线如图 5 所示,交连值在 $[0.15,0.55]$ 区间内时,驱动器的最大变形量在 $2\text{ }\mu\text{m}$ 以内,此时驱动器对整体结构刚度冲击力较小,机械结构稳定性好。

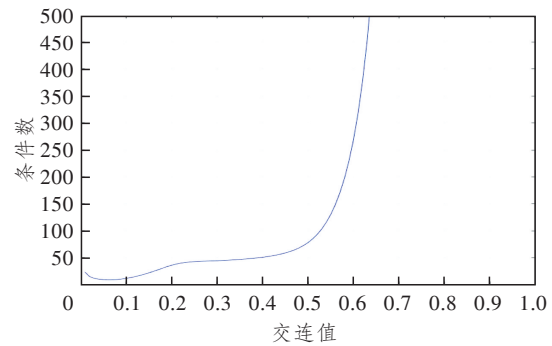


图 4 斜率响应矩阵条件数与交连值的关系曲线

Figure 4 The condition number of the slope response matrix versus the coupling value

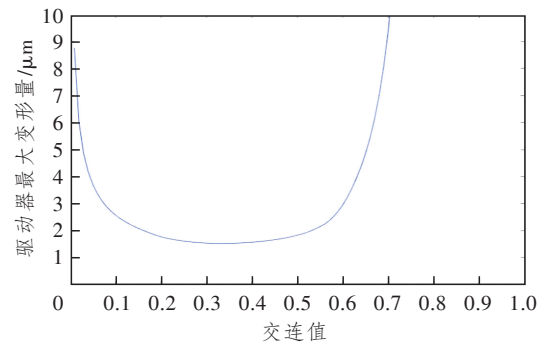


图 5 驱动器最大变形量与交连值的关系曲线

Figure 5 The maximum deformation of the actuators versus the coupling value

综上所述,对于所选的 37 单元变形镜,在校正低阶 Zernike 像差的应用场景下,交连值取值在 $0.15\sim 0.20$ 区间,同时满足较好的波前校正能力、系统稳定性以及机械结构稳定性。因此认为 $0.15\sim 0.20$ 为本文所选 37 单元变形镜的最优交连值取值范围,此范围与 Pearson 和 CILAS 的经验取值有所不同,这是因为变形镜交连值的最优取值与变形镜的单元数、驱动器的排列方式以及变形镜的应用条件与范围等因素相关。与经验取值的广泛性相比,本文选择了明确的变形镜结构及应用条件,因此获得了更有针对性的取值区间。

3.2 最优高斯指数分析

取 50 组实验数据均值,据此绘制的残余波前 RMS 与高斯指数的关系曲线如图 6 所示,高斯指数取值在 $[1.75,2.00]$ 区间内时,RMS 值 $<0.1\text{ }\mu\text{m}$,说明在此区间内变形镜波前重构能力较好。

斜率响应矩阵条件数与高斯指数的关系曲线如图 7 所示,在本文所选的 $[1,4]$ 高斯指数取值区间内,斜率相应矩阵条件数均 <50 ,与图 4 结合分析可知,交连值对条件数的影响程度远超高斯指数,选择合适的交连值即可保证系统的稳定性。

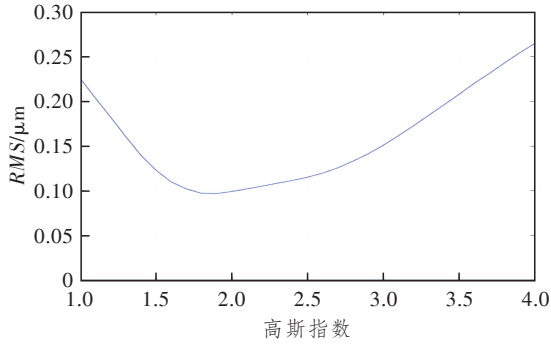


图 6 残余波前 RMS 值与高斯指数的关系曲线

Figure 6 The residual wavefront RMS value versus the Gaussian exponent

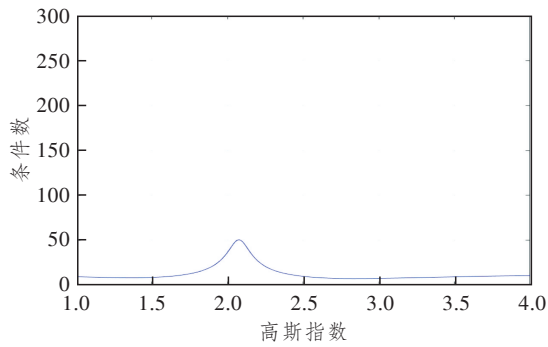


图 7 斜率响应矩阵的条件数与高斯指数的关系曲线

Figure 7 The condition number of the slope response matrix versus the Gaussian exponent

驱动器最大变形量与高斯指数的关系曲线如图 8 所示,最大变形量随高斯指数的增加整体呈递减趋势,即结构稳定度整体呈递增趋势,但在 $[2.0, 2.1]$ 区间出现波动,在高斯指数为 2.0 处存在极小值。

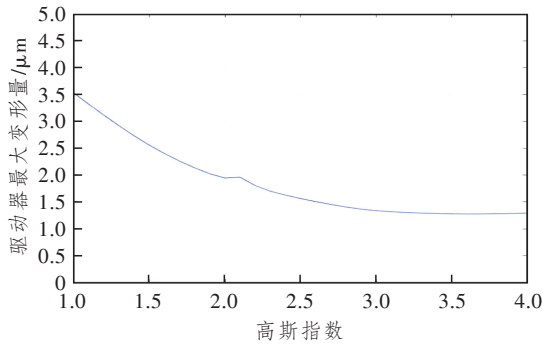


图 8 驱动器最大变形量与高斯指数的关系曲线

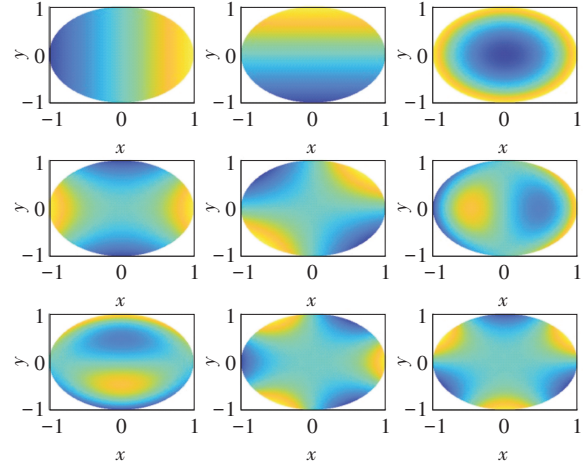
Figure 8 The maximum deformation of the actuators versus the Gaussian exponent

结合上述分析,对于本文所选的 37 单元变形镜,在校正低阶 Zernike 像差的应用场景下,当高斯指数取值在 2.0 左右时,能同时满足较好的波前校正能力、系统稳定性以及机械结构稳定性。因此认为 2.0 是本文所选 37 单元变形镜的最优高斯指数

取值。

3.3 波前校正能力验证

根据上述分析,本文选择 37 单元变形镜的参数,交连值为 0.2,高斯指数为 2.0,并进行了波前校正能力验证。分别对第 2~10 阶 Zernike 多项式进行波前校正,校正前的波前如图 9 所示。

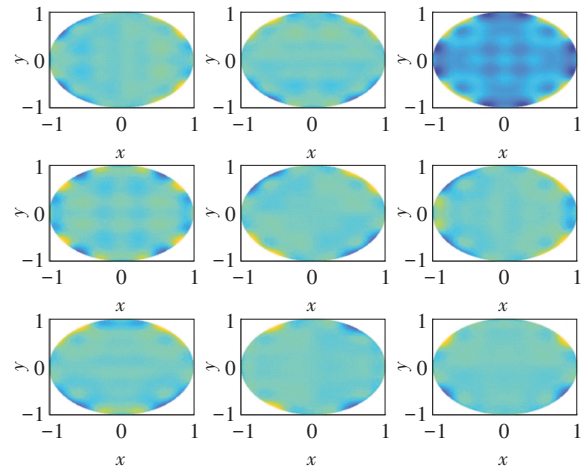


注:左上至右下依次为第 2~10 阶 Zernike 多项式对应波前。

图 9 第 2~10 阶 Zernike 多项式对应波前

Figure 9 Wavefront diagrams for Zernike polynomials of orders 2 ~ 10

经选定参数后的变形镜校正,波前如图 10 所示,RMS 和峰谷值(Peak to Valley, PV)均显著下降,波前校正效果明显,可见本文所用的研究方法及其结果可信度高,可以为后续研究提供参考。



注:左上至右下依次为第 2~10 阶 Zernike 多项式校正后波前。

图 10 变形镜校正后波前

Figure 10 Wavefront after deformable mirror correction

4 结束语

本文以 37 单元变形镜为例,通过数值仿真模拟的方法,分别定量分析了交连值和高斯指数对残余

波前 RMS、斜率响应矩阵条件数和驱动器最大变形量的影响,结合波前校正能力、系统稳定性和结构刚度 3 个角度选择最优的交连值和高斯指数。本文所选 37 单元变形镜,在校正低阶 Zernike 像差的应用场景下,最优交连值范围为 0.15~0.20,最优高斯指数为 2.0。最终本文对该最优参数下的变形镜进行了波前校正能力验证。虽然本文仅针对特定的 37 单元变形镜进行分析,但本文提出了一套选择最优交连值和高斯指数的系统化方法,可以复用至其他单元数的变形镜系统中,为变形镜参数的选择提供了评价体系和研究方法,为变形镜的选型及参数优化工作提供了一定的参考,为变形镜能力的最大化应用提供了一定的支持。

后续工作将根据目前完成的交连值与高斯指数取值选择,对变形镜的结构进行设计以满足最优取值,并进行有限元分析及光学仿真分析以验证所选最优参数的有效性。

参考文献:

- [1] 姜文汉. 自适应光学技术[J]. 自然杂志, 2006, 28(1): 7-13.
Jiang W H. Adaptive Optical Technology[J]. Chinese Journal of Nature, 2006, 28(1): 7-13.
- [2] 张志高. 模块化音圈变形镜的结构设计与性能研究[D]. 无锡: 江南大学, 2022.
Zhang Z G. Structure Design and Performance Research of Modular Voice Coil Deformable Mirror[D]. Wuxi, China: Jiangnan University, 2022.
- [3] Shannon R, Wyant J. Applied Optics and Optical Engineering[M]. New York, USA: Academic Press, 1979.
- [4] 钟贵明. 压电致动器阵列驱动的变形镜的设计与制备[D]. 宁波: 宁波大学, 2022.
Zhong G M. Design and Fabrication of Deformable Mirror Driven by Piezoelectric Unimorph Actuator Array[D]. Ningbo, China: Ningbo University, 2022.
- [5] 程生毅, 陈善球, 董理治, 等. 变形镜高斯函数指数对迭代法自适应光学系统的影响[J]. 物理学报, 2015, 64(9): 094207.
Cheng S Y, Chen S Q, Dong L Z, et al. Influence of Gaussian Function Index of Deformable Mirror on Iterative Algorithm Adaptive Optical System [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(9): 094207.
- [6] Hampson K M, Turcotte R, Miller D T, et al. Adaptive Optics for High-Resolution Imaging [J]. Nature Reviews Methods Primers, 2021, 1: 68.
- [7] 周晓斌, 栾亚东, 焦明印, 等. 基于 Zernike 模式法的变形反射镜补偿面型求解方法[J]. 红外技术, 2014, 36(10): 782-788.
Zhou X B, Luan Y D, Jiao M Y, et al. Solving Method of the Deformable Mirror Compensation Surface based on the Zernike Model[J]. Infrared Technology, 2014, 36(10): 782-788.
- [8] Fried D L. Least-Square Fitting a Wave-Front Distortion Estimate to an Array of Phase-Difference Measurements[J]. JOSA, 1977, 67(3): 370-375.
- [9] Hudgin R H. Optimal Wave-Front Estimation[J]. JO-SA, 1977, 67(3): 378-382.
- [10] Southwell W H. Wave-Front Estimation from Wave-Front Slope Measurements [J]. JOSA, 1980, 70(8): 998-1006.
- [11] 李新阳, 姜文汉. 自适应光学系统的最优斜率复原算法[J]. 光学学报, 2003, 23(6): 756-760.
Li X Y, Jiang W H. Analysis of the Optimal-Gradient Reconstruction Algorithm Used in Adaptive Optical Systems[J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(6): 756-760.
- [12] 卢飞, 张卫. 相位校正器波前拟合误差仿真分析[J]. 计算机仿真, 2010, 27(4): 355-359.
Lu F, Zhang W. Simulation of Wavefront Fitting Errors of Phase Corrector [J]. Computer Simulation, 2010, 27(4): 355-359.
- [13] 王博, 王诗云, 赵伟丽. 矩阵分析 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2021.
Wang B, Wang S Y, Zhao W L. Matrix Analysis[M]. Beijing, China: Publishing House of Electronics Industry, 2021.