

变形对矩形单脊波导特性的影响

陈彩红, 陈小强

(兰州交通大学 自动化与电气工程学院, 甘肃 兰州 730070)

摘要:针对脊波导器件在生产、装配及使用中可能产生的变形,采用有限元法研究了错位变形和受力变形对矩形单脊波导衰减特性、功率容量和阻抗特性的影响。数值分析结果表明:随着脊波导变形程度的增大,衰减常数增大,功率容量和特性阻抗减小,其中下侧受力变形对矩形单脊波导的特性参数影响最大,因此在波导器件的使用过程中应尽量避免下侧受力变形。

关键词:有限元法;脊波导;衰减特性;功率容量;阻抗特性

中图分类号:TN814

文献标志码:A

文章编号:1005-8788(2012)04-0052-04

Effects of deformations on the characteristic of rectangular single-ridge waveguides

Chen Caihong, Chen Xiaoqiang

(School of Automation & Electrical Engineering, Lanzhou Jiao Tong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In view of the possible deformations of ridge waveguide devices in production, assembly and use, this paper studies the effects of displacement distortion and distortion under stress on the attenuation characteristics, power-handing capability and impedance characteristics of rectangular single ridge waveguides by using the finite element method. Numerical analysis results indicate that with the increase of deformations, the attenuation constant increases and the power-handing capacity and impedance decrease. But lateral deformation affects the characteristic parameters the most, so it should avoided as much as possible in the use of waveguide devices.

Key words: finite element method; ridge waveguide; attenuation constant; power-handing capability; impedance characteristic

0 引言

脊波导具有截止频率较低、工作带宽较宽以及特性阻抗低等优点^[1-2],在微波和毫米波器件中应用广泛。分析研究变形对脊波导传输特性的影响,有助于更系统、更精确地分析微波元器件和脊波导构成的微波系统的特性。文献[3-4]详细分析了错位变形和受力变形对脊波导的截止频率和单模带宽的影响。本文主要研究错位变形和受力变形对矩形单脊波导 TE₁₀模式下的衰减常数、功率容量和特性阻抗的影响。

1 基本理论

1.1 衰减特性与功率容量

对于 TE 波(横电波),纵向磁场分量 $H_z \neq 0$, 电场分量 $E_z = 0$, 并且边界上 H_z 满足 $\frac{\partial H_z}{\partial n} \Big|_s = 0$, 其中, S 为波导周界, $\mathbf{n}$ 为边界外法向单位矢量。这种波的电力线全部在导波系统的横截面内,磁力线为空间曲线。它的所有场分量均可由纵向磁场分量 H_z 求出,即

$$E_x = -j \frac{\omega \mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad E_y = j \frac{\omega \mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad (1)$$

$$H_x = -j \frac{\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad H_y = -j \frac{\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad (2)$$

式中, μ 为磁导率, k_c 为截止波数, $\omega = 2\pi f$, f 为工作频率。

根据微波技术理论,波导的衰减常数定义为

$$\alpha_c = \frac{P_1}{2P}, \quad (3)$$

式中, P 为波导中传播的功率; P_1 为单位长度内波导壁上的功率损耗,可由式(4)计算:

$$P_1 = \frac{R_s}{2} \oint_C |H|^2 dl = \frac{R_s}{2} \oint_C [|H_x|^2 + |H_y|^2 + |H_z|^2] dl = \frac{R_s}{2} \oint_C |H_T|^2 dl, \quad (4)$$

式中, R_s 为波导金属壁的表面电阻, l 是波导横截面的围线, H_T 是导体表面的切向磁场。

如果波导中传播的是 TE 波,则将式(2)中的各磁场分量代入式(4),可得:

$$P_1 = \frac{R_s}{2} \oint_C \left\{ \frac{\beta^2}{k_c^4} \left[\left(\frac{\partial H_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} \right)^2 \right] + H_z^2 \right\} dl, \quad (5)$$

再利用相位常数 β 的关系式 $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = 2\pi f \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f} \right)^2}$

$\sqrt{\epsilon\mu}$ (其中 λ_g 为波导波长, ϵ 为介电常数, f_c 为截止

频率), 可得 TE 模的衰减常数为

$$\alpha_c(\text{TE}) = \frac{R_s}{2} \frac{\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\mu}} \left\{ \frac{1}{k_c^2} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \cdot \oint_c \left[\left(\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H_z}{\partial y}\right)^2 \right] dl + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 \frac{\oint_c H_z^2 dl}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \right\}. \quad (6)$$

求波导的衰减常数时, 首先用有限元法求解出波导截面内的 H_z 或 E_z 的分布、截止波数 k_c 和截止频率 f_c 的值, 再利用式(6)求得衰减常数随频率变化的值。为了消除材料和结构参数变化对衰减常数

的影响, 将工作频率 $f = \sqrt{3} f_c$ 时的 $\alpha \eta a / R_s$ 定义为脊波导的归一化衰减常数 α_s , 其中, $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 为波阻抗, α 为衰减常数, a 为脊波导边长, 则

$$\alpha_s = \frac{1}{2} \frac{1}{\int_s |H_z|^2 ds} \left\{ \frac{1}{k_c^2} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \cdot \oint_c \left[\left(\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H_z}{\partial y}\right)^2 \right] dl + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 \frac{\oint_c H_z^2 dl}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \right\}. \quad (7)$$

为了与矩形波导的衰减特性进行比较, 将工作频率 $f = \sqrt{3} f_c$ 时脊波导的衰减常数与具有相同截止波长 λ_c 的矩形波导 (TE₁₀ 模) 衰减常数的比值称为标准衰减常数 α_n , 而矩形波导的衰减常数由式(8)可以计算得到:

$$\alpha_{\text{TE}_{10}} = \frac{R_s \left(1 + \frac{b\lambda_c^2}{2a^3}\right)}{b \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} = \frac{R_s \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2\right]}{b \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}, \quad (8)$$

则得到 $b = 0.45a$ 时标准衰减常数为

$$\alpha_n = \frac{\pi}{17.3k_c} \frac{1}{\int_s |H_z|^2 ds} \cdot \left\{ \frac{2}{k_c^2} \int_l \left[\left(\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H_z}{\partial y}\right)^2 \right] dl + \int_l H_z^2 dl \right\}. \quad (9)$$

假设波导中所用介质的击穿场强为 E_{br} , 最大电场强度为 E_{max} , 则功率容量可表示为

$$P_m = \frac{E_{br}^2}{E_{max}^2} P_0, \quad (10)$$

对于空气填充的波导, $E_{br} = 30 \text{ kV/cm}$ 。

1.2 特性阻抗

脊波导任意频率下特性阻抗的一般表达式为

$$Z_{V1}(\omega) = Z_{V1}(\infty) \left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right) = \frac{V(\infty)}{I(\infty)} \left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right), \quad (11)$$

式中, λ 为介质的波长, $V(\infty)$ 和 $I(\infty)$ 定义为脊波导中心电压和波导壁纵向电流的总和。

在介质均匀各向同性波导中, 频率趋于无穷时, 波长趋于零, 即不存在截止波长, 此时同 TEM(横电磁波) 模类似。且在截止频率处电场的分布与频率无穷大时电场的分布类似。因此, 式(11)中求解频率无限大时的问題可以转化为求解主模截止的问題, 即

$$\frac{V(\infty)}{I(\infty)} = \frac{V(\omega_c)}{I(\omega_c)}, \quad (12)$$

式中, 电压定义为波导脊间中心位置的电压, 即

$$V(\omega_c) = \int_{l_9}^{l_4} E_{(\omega_c)} dl, \quad (13)$$

式中, l_9 到 l_4 为脊间中心位置的直线, 如图 1(a) 中虚线所示。

式(12)中电流定义为沿电场壁的环路积分, 即

$$I_{(\omega_c)} = \frac{1}{\eta_0} \oint_l E_{(\omega_c)} dl = -\frac{2}{\eta_0} \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \int_{l_1}^{l_7} \frac{\partial H_z}{\partial l} dl = -\frac{2}{\eta_0} \frac{j\omega\mu}{k_c^2} (H_z^7 - H_z^1), \quad (14)$$

式中, $l_1-l_2-l_3-l_4-l_5-l_6-l_7$ 为沿电场壁闭环积分路径^[5-6], 如图 1 所示, 其中图(a)为矩形单脊波导错位变形后的横截面图, 图(b)、(c)和(d)为矩形单脊波导受力变形后的横截面图, η_0 为自由空间波阻抗。

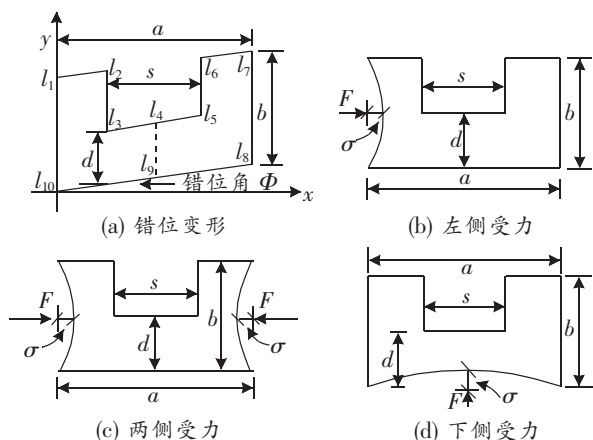


图 1 矩形单脊波导变形后的横截面图

2 数值计算结果

为便于与现有资料^[7]对照, 论文选取的波导几何尺寸如下: 矩形单脊波导的宽边为 a , 窄边为 $b = 0.45a$, 脊边 $s = 0.4a$, 脊距 $d = 0.4b$ 。相对误差定义

为 $\delta=|\alpha-\alpha^*|/\alpha\times100\%$, α 为未变形时的参数值, α^* 为变形后的参数值。

2.1 错位变形

矩形单脊波导错位变形的横截面如图 1(a)所示,选取变形角度 $\Phi=1\sim10^\circ$ 。图 2 所示为矩形单脊波导的标准衰减常数 α_n 和归一化衰减常数 α_s 随错位角变化的曲线图。

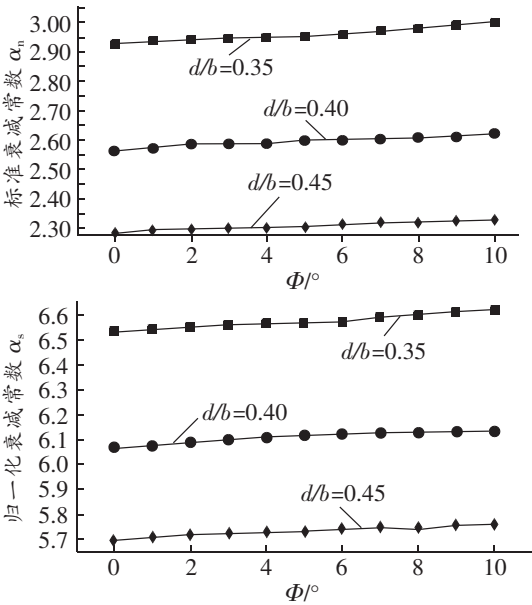


图 2 衰减常数随错位角变化的曲线

图 3 所示为矩形单脊波导功率容量 P_m 和特性阻抗 Z_{v1} 随错位角变化的曲线图。表 1 给出了 d/b 从 0.1 到 0.9 变化时功率容量的相对误差。表 2 给出了

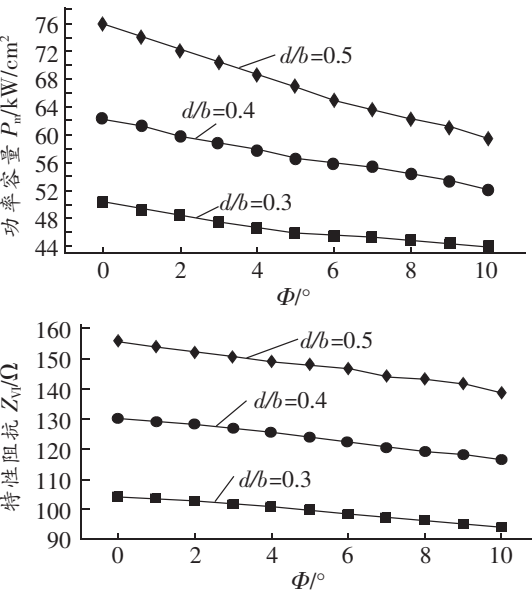


图 3 功率容量和特性阻抗随错位角变化的曲线
错位变形后标准衰减常数 α_n 、归一化衰减常数 α_s 、功率容量和特性阻抗的相对误差。

表 1 功率容量相对误差

d/b	错位角 $\Phi/^\circ$		$\delta(P_m)(\%)$
	0	10	
0.1	14.524 4	13.376 1	7.91
0.2	33.368 0	29.801 9	10.69
0.3	50.422 6	43.870 8	12.99
0.4	62.315 7	52.186 1	16.26
0.5	75.944 2	59.394 2	21.79
0.6	86.526 8	65.943 3	23.79
0.7	98.421 4	75.926 4	22.86
0.8	117.083 8	83.019 2	29.09
0.9	148.353 1	101.024 0	31.90

表 2 错位变形后各参数的相对误差

$\Phi/^\circ$	$\delta(\alpha_n)(\%)$	$\delta(\alpha_s)(\%)$	$\delta(P_m)(\%)$	$\delta(Z_{v1})(\%)$
1	0.34	0.10	1.55	0.68
2	0.80	0.39	4.05	1.45
3	0.85	0.57	5.43	2.42
4	0.90	0.70	7.20	3.39
5	1.29	0.83	9.16	4.64
6	1.42	0.91	10.33	5.85
7	1.43	0.97	11.09	7.29
8	1.69	1.01	12.57	8.39
9	1.77	1.07	14.21	9.23
10	2.08	1.11	16.26	10.30

2.2 受力变形

矩形单脊波导受力变形横截面如图 1(b)、(c)和(d)所示,本文只考虑波导截面形状的变化,且假设变形后为理想化的圆弧曲线。选取变形程度 $\sigma=(0.01\sim0.1)a$ 。图 4 所示为矩形单脊波导标准衰减常数 α_n 和归一化衰减常数 α_s 随受力变形程度变化的曲线图。表 3 给出了受力变形后归一化衰减常数 α_s 的相对误差。

表 3 受力变形后归一化衰减常数的相对误差

σ/a	$\alpha_s(\%)$		
	左侧受力	两侧受力	下侧受力
0.01	0.15	0.78	3.54
0.02	0.51	1.38	7.48
0.03	1.10	2.41	12.03
0.04	1.59	3.43	17.20
0.05	2.04	4.33	22.96
0.06	2.68	5.88	29.72
0.07	3.44	7.11	37.67
0.08	4.03	8.23	47.16
0.09	4.97	10.08	57.97
0.10	5.70	11.50	72.77

图 5 所示为矩形单脊波导功率容量 P_m 和特性阻抗 Z_{v1} 随受力变形程度变化的曲线图。

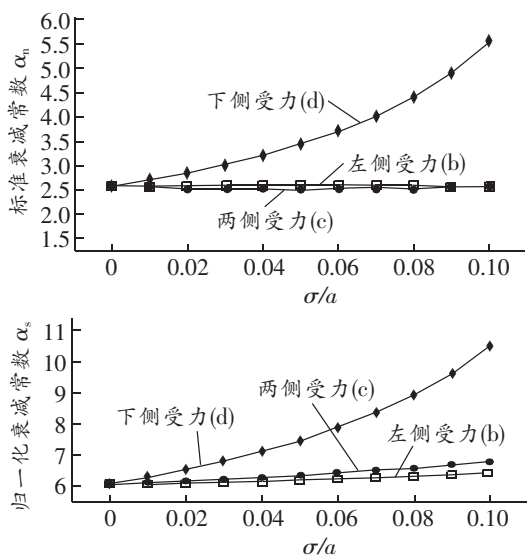
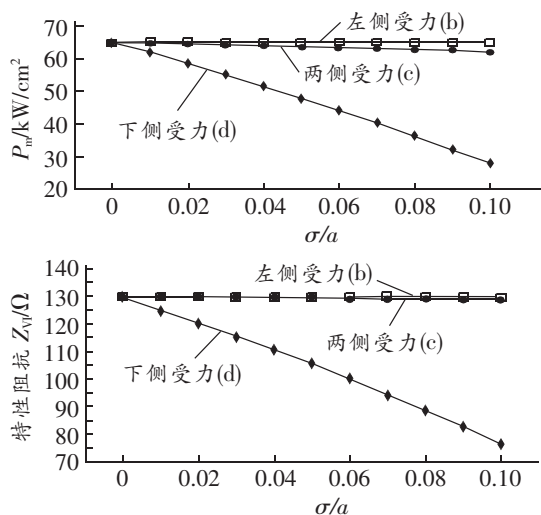


图4 衰减常数随受力变形程度变化的曲线

图5 功率容量 P_m 和特性阻抗 Z_{v1} 随受力变形程度变化的曲线

3 结果分析及结论

本文作者在 MATLAB 环境下,应用有限元法工具箱 PDE,编程计算了错位变形和受力变形对矩形单脊波导特性参数的影响,给出了衰减常数、功率容量和特性阻抗随变形程度变化的曲线图。根据数值计算结果,得出以下结论:

(1) 矩形单脊波导错位变形后,归一化衰减常数和标准衰减常数都随着错位角的增大而增大,当 $\Phi=10^\circ$ 时,标准衰减常数的相对误差为 2.08%,归一化衰减常数的相对误差为 1.11%。

(2) 矩形单脊波导错位变形后,功率容量随着错位角的增大而减小;且当 $s/a=0.2$ 时,随着 d/b 的增大,功率容量的衰减趋势增大。

(3) 矩形单脊波导错位变形后,阻抗随变形程度的增大呈减小趋势。

(4) 矩形单脊波导受力变形后,归一化衰减常数和标准衰减常数都随着变形程度的增大而增大;图 1(b)、(c) 和 (d) 3 种不同受力变形相对比,脊波导下侧受力对归一化衰减常数和标准衰减常数的影响最大,当 $\sigma=0.1a$ 时,其相对误差为 72.77%。

(5) 矩形单脊波导受力变形后,功率容量随着变形程度的增大而减小;其中,脊波导左侧受力对功率容量的影响较小,下侧受力对功率容量的影响较大。

(6) 矩形单脊波导受力变形后,特性阻抗随着变形程度的增大而减小;图 1(b)、(c) 和 (d) 所示的 3 种受力变形对阻抗的影响依次变大。

综上所述,随着变形程度的增大,矩形单脊波导的衰减常数增大,功率容量和阻抗减小,其中下侧受力变形对矩形单脊波导的特性参数影响最大,因此在波导器件的使用过程中应尽量避免下侧受力变形。这些数据与结论将为波导在工程中的设计应用提供理论基础与参考价值。

参考文献:

- [1] Cohn S B. Properties of ridge waveguide [J]. Proc IRE, 1947, 35 (8): 783-788.
- [2] Hopfer Samuel. The design of ridged waveguides [J]. IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1955, 3(5): 20-29.
- [3] 陈小强,赵霞,逯迈,等. 器件变形对倒梯形脊波导传输特性影响的研究 [J]. 光通信研究, 2008, (1): 54-46.
- [4] 赵霞. 变形对脊波导传输特性影响的研究 [D]. 兰州: 兰州交通大学, 2008.
- [5] McKay M, Helszajn J. Voltage-Current Definition of Impedance of Single-Ridge Waveguide [J]. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 1999, 9(2): 66-68.
- [6] McKay M, Helszajn J. Voltage-current definition of impedance of double ridge waveguide using the finite element method [J]. IEE Proc-Microw Antennas Propag, 1998, 145(1): 39-44.
- [7] Rong Y, Zaki K. Characteristics of generalized rectangular and circular ridge waveguides [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2000, 48 (2): 258-265.